# ANALİZ II.2 QUİZ-1- ÇÖZÜMLERİ

1) a) $\sin(xy) = y \Rightarrow \left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{(\frac{\pi}{2},1)} = ?$

Çözüm:

$$(1\cdot y + x\cdot y')\cos(xy) = y' \Rightarrow y\cos(xy) + x\cdot y'\cdot\cos(xy) = y'$$

$$(x\cdot\cos(xy) - 1)\cdot y' = -y\cdot\cos(xy) \Rightarrow y' = \frac{y\cdot\cos(xy)}{1 - x\cdot\cos(xy)}$$

$$y' = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{(\frac{\pi}{2},1)} = \frac{1\cdot\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 1)}{1 - \frac{\pi}{2}\cdot\cos(\frac{\pi}{2}\cdot 1)} = \frac{0}{1} = 0 \text{ dır.}$$

b) $y = (1+\cot(\frac{t}{2}))^{-2} + \sec^2(\pi t) + \ln(\arcsin(e^t))$ ise $\dfrac{dy}{dt} = ?$

$$\frac{dy}{dt} = -2\cdot\left(1+\cot\left(\tfrac{t}{2}\right)\right)^{-3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(-\csc^2\left(\tfrac{t}{2}\right)\right) + 2\cdot\sec(\pi t)\cdot\pi\cdot\sec(\pi t)\cdot\tan(\pi t) + \frac{\frac{e^t}{\sqrt{1-e^{2t}}}}{\arcsin(e^t)}$$

$$= \left(1+\cot\left(\tfrac{t}{2}\right)\right)^{-3}\cdot\csc^2\left(\tfrac{t}{2}\right) + 2\pi\cdot\sec^2(\pi t)\cdot\tan(\pi t) + \frac{e^t}{\arcsin(e^t)}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-e^{2t}}}$$

2) $y = (3x+1)$ nin $y = x^2+ax+b$ parabolüne $(2,4)$ noktasında ~~çizilen~~ teğet olması için $a=?$ $b=?$

Çözüm: $y = 3x+1$ doğrusunun eğimi $m=3$ dır.
$y = x^2+ax+b$ parabolüne $(2,4)$ noktasında teğet doğrunun eğimi $m_t = f'(x)\big|_{(2,4)} = (2x+a)\big|_{(2,4)} = 2.2+a$ $\quad f'(x) = 2x+a$

$m_1 = m_t \Rightarrow 3 = 4+a \Rightarrow \boxed{a=-1}$

$4 = 2^2+a.2+b \Rightarrow 4 = 4+(-1).2+b \Rightarrow b = 4-4+2 = 2$ $\quad \boxed{b=2}$

3) $f(x) = \begin{cases} x^2\cdot\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$ $\quad$ a) $x\neq 0$ için $f'(x)=?$ $\quad$ b) $f'(0)=?$

Çözüm: a) $x\neq 0$ için $f'(x) = 2x\cdot\sin\frac{1}{x} + x^2\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)\cdot\cos\frac{1}{x}$

$$f'(x) = 2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}$$

b) $$f'(0) = \lim_{h\to 0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{h^2\cdot\sin 1/h - 0}{h} = \lim_{h\to 0} h\cdot\sin\frac{1}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0}\frac{\sin\frac{1}{h}}{\frac{1}{h}} = \lim_{u\to\infty}\frac{\sin u}{u} = 0 \text{ dır.} \qquad \left(u=\frac{1}{h},\ h\to 0 \Leftrightarrow u\to\infty\right)$$

$\boxed{f'(0)=0}$ dır.

④ $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$ fonksiyonuna $x \in [0,3]$ aralığında Ort. Değ. Teo. uygulanabilir mi? Evet ise uygun c sayısını bulunuz.

Çözüm:

$f$, $[0,3]$ de süreklidir.

$f'(x) = 6x^2 - 6x$ , $f$, $(0,3)$ de türevlidir.

Bu durumda Ort. Değ. Teo. uygulanabilir. O halde

$$f'(c) = \frac{f(3) - f(0)}{3-0}$$ olacak şekilde $c \in (0,3)$ vardır.

$$6c^2 - 6c = \frac{54 - 27 \cancel{+2} \cancel{-2}}{3} = 9$$

$$2c^2 - 2c - 3 = 0$$

$$\Delta = 4 - 4.2.(-3) = 28$$

$$c_1 = \frac{2 + \sqrt{28}}{4} = \frac{1+\sqrt{7}}{2} \in (0,3), \quad c_2 = \frac{1-\sqrt{7}}{2} \notin (0,3).$$

⑤ $f(x) = \begin{cases} 4x-2, & x<1 \\ (x-2)(x-3), & x \geq 1 \end{cases}$ $f: [\frac{1}{2}, \frac{7}{2}] \to \mathbb{R}$ fonksiyonunun kritik noktalarını, ekst. değerlerini bulunuz.

Çözüm:

$f'(x) = \begin{cases} 4, & x<1 \\ 2x-5, & x>1 \end{cases}$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{5}{2}$ kritik nokta

$f'(1)$ mevcut değil $x_2 = 1$ kritik nokta

aralığın uç noktaları $\frac{1}{2}, \frac{7}{2}$ kritik nokta

Tüm kritik noktalar $\frac{5}{2}, 1, \frac{1}{2}, \frac{7}{2}$ dır.

$f(\frac{1}{2}) = 0$, $f(1) = 2$, $f(\frac{5}{2}) = -\frac{1}{4}$, $f(\frac{7}{2}) = 3/4$

maksimum değer 2, minimum değer $-\frac{1}{4}$ dır.